

文章编号: 0490-6756(2003)02-0395-04

# 微波加热 FDTD 模拟中时间压缩因子的研究

闫丽萍, 黄卡玛, 刘长军, 杜国宏

(四川大学电子信息学院, 成都 610064)

## 1 引言

微波加热具有快速、体积加热、效率高等优点, 因此得到了广泛的应用. 近年来, 由于微波能够大大加快某些化学反应的速度, 提高生成物产率, 改善产物的性能<sup>[1]</sup>, 因此在化学领域和化工领域都得到了广泛的研究和应用. 但在微波能够改变化学反应速度机理的研究中, 一个关键的问题是微波辐射过程中化学反应内部温度的分布及其随时间的变化过程, 是很难通过实验方法得到的<sup>[2]</sup>. 此外, 微波在陶瓷烧结领域也得到了广泛的应用, 但烧结过程中的温度均匀性有待提高, 同时由于对烧结过程中陶瓷内部的温度变化缺乏了解, 常常造成热失控、过烧结等, 从而达不到预期效果<sup>[3]</sup>. 因此, 微波加热过程中介质内部的温度分布及其随时间的变化成为微波化学及陶瓷烧结领域中的一个重要问题, 其研究对实际工业应用将具有重要意义.

通常情况下, 人们在研究温度分布时, 首先求出电磁场分布, 计算介质中的电磁功率密度, 再计算由此功率引起的温升. 但是, 介质中温度升高将导致介质物理特性的变化, 尤其是改变介质的复介电常数, 最终使依赖于这一特性的损耗功率变得与温度有关. 因此微波加热过程中的温度分布成为一时域问题.

我们采用时域有限差分法(FDTD)结合热传导方程对微波加热过程进行了模拟, 并研究了时间压缩因子对加热过程中温升曲线的影响.

## 2 计算模型与方法

图 1 为一数值计算模型示意图, 由一段波导和上、下截止波导构成, 微波可对放置波导中的介质进行加热.  $D_1$  代表截止波导的内径,  $D_2$  代表实际介质的直径,  $h$  为圆截止波导的高度.

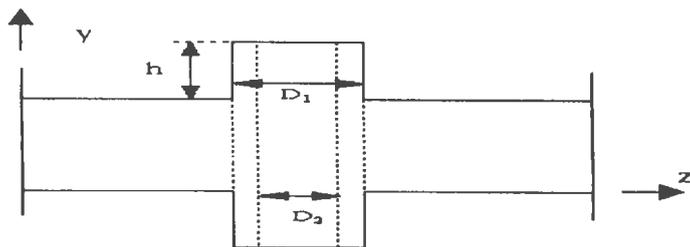


图 1 数值计算模型

利用 FDTD 求解 Maxwell 方程可得波导及介质中的场分布, 从而计算每个时间步非磁性介质中单位体积内的耗散功率

$$P(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \left[ \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \vec{D} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] + \sigma \vec{E} \quad (1)$$

再根据热传导方程可求得每个时间步介质中的温度分布. 根据温度, 利用介质复介电常数与温度的关系式更新介质的复介电常数, 然后开始下一个时间步的计算. 介质中的热传导方程可表示为

$$\rho_m C_m \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = k_t \nabla^2 T(x, y, z, t) + P(x, y, z, t) \quad (2)$$

式中  $\rho_m$  为介质的密度( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ),  $C_m$  为介质的比热( $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ ),  $k_t$  为介质的热传导率( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ),  $P(x, y, z, t)$  为每单位体积耗散的电磁功率( $\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$ ).

考虑到热传导过程的时间远大于 FDTD 中的时间步长, 因此必须采取一定的措施加以处理. 这里采用了时间压缩算法<sup>[4]</sup>, 将(2)式两边同乘以系数  $\alpha$  并整理可得

$$\alpha \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\alpha k_t}{\rho_m C_m} \nabla^2 T(x, y, z, t) + \frac{\alpha P(x, y, z, t)}{\rho_m C_m} \quad (3)$$

由(3)式可知, 当损耗功率  $P$ 、热传导率  $k_t$  增大  $\alpha$  倍, 则温度的变化率( $\partial T/\partial t$ )也将加快  $\alpha$  倍, 而其空间变化率保持不变. 这种处理等效于加快了热传导过程, 而 FDTD 计算的时间长度不变. 因此  $\alpha$  称为时间压缩因子, 其值等于实际加热时间与 FDTD 计算时间之比.

以水( $\sigma=0.001\text{S}/\text{cm}$ )为例计算了其中的温度分布及温升随时间的变化. 水的复介电常数随温度的变化可通过德拜方程获得<sup>[4]</sup>. 在计算中使用工业中常用的微波频率  $f=2450\text{MHz}$ . 水放置在聚四氟乙烯管中(管壁厚  $6\text{mm}$ ), 从而可忽略水与周围介质的热交换. 聚四氟乙烯管复介电常数的实部和虚部分别为  $2.1$  和  $0.005$ , 为简化起见, 假设聚四氟乙烯管的复介电常数在整个加热过程中不随温度改变.

计算采用均匀划分的 Yee 氏网格, 空间步长为  $1.56\text{mm}$ , 相应的时间步长取为  $2.15\times 10^{-12}\text{s}$ . 波导的尺寸为  $109.2\text{mm}\times 54.6\text{mm}$ , 对应  $X, Y, Z$  方向的网格数分别为  $70\times 35\times 105$ . 聚四氟乙烯管的直径  $D_2$  为  $18.72\text{mm}$ , 圆截止波导的内直径为  $31.2\text{mm}$ , 高度  $h$  为  $46.8\text{mm}$ . 计算中,  $\rho_m=1000\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $C_m=4180\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$ ,  $k_t=0.55\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ . 采用  $\text{TE}_{10}$  模进行激励, 并使用 Hanning 窗函数使场分布快速达到稳定状态<sup>[5]</sup>. 只有达到稳定状态后, 才能开始模拟加热过程.

### 3 结果与讨论

#### 3.1 介质中的场分布与温度分布

图 2 为聚四氟乙烯管横截面( $xoz$  平面,  $y=27.3\text{mm}$ )上  $E_y$  场分量一个周期内时间平均值的分布. 入射电场的幅值为  $3000\text{V}/\text{m}$ , 且电磁波沿  $z$  方向传播. 从图 2 可以看到管中心处  $E_y$  的幅值远高于管内其他位置的场分布, 这是由于电磁波在管壁来回反射形成驻波所致. 与此相对应, 由图 3 可以看出, 水中的温度分布不均匀, 中心点的温度高于四周的温度.

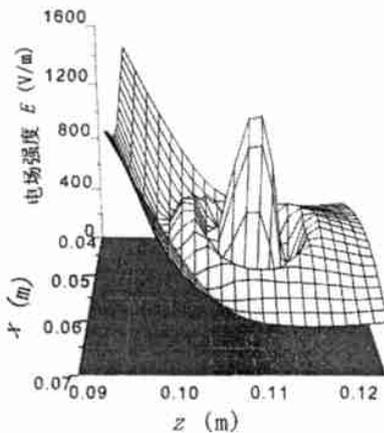


图 2  $xoz$  平面上( $y=27.3\text{mm}$ )聚四氟乙烯管内电场  $E_y$  分量分布

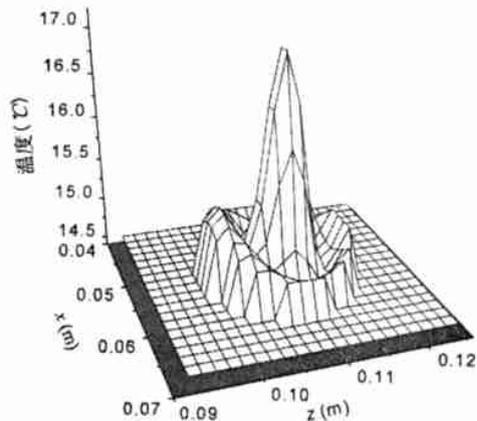


图 3  $xoz$  平面上( $y=27.3\text{mm}$ )水中的温度分布( $\alpha=1\times 10^9$ )

#### 3.2 时间压缩因子 $\alpha$ 对温升过程的影响

在联合求解麦克斯韦方程和热传导方程时, 时间步长  $dt$  和时间压缩因子  $\alpha$  必须满足稳定性条件<sup>[4]</sup>

$$\Delta t \leq \frac{1}{2\alpha k_t / (\rho_m C_m)} \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)^{-1} \quad (4)$$

在满足该稳定性条件和 FDTD 方法本身所要求的稳定性条件下,我们研究了时间压缩因子  $\alpha$  对温升随加热时间变化的影响如图 4 所示.

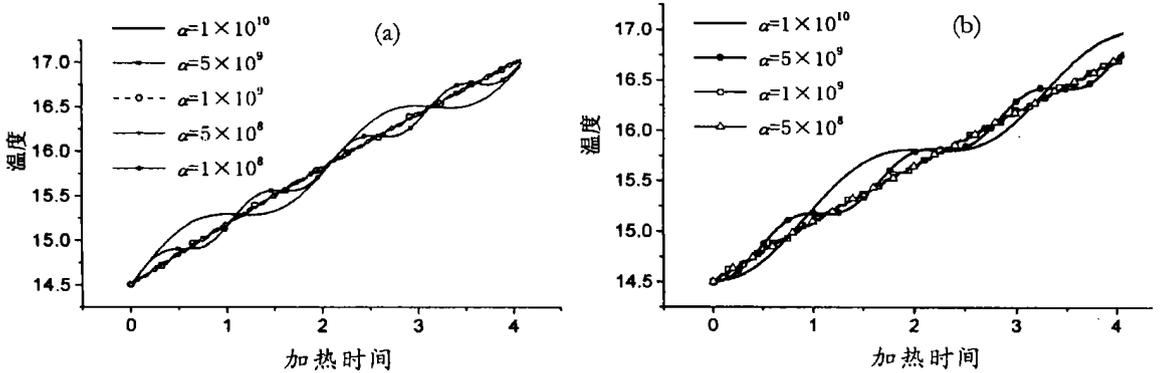


图 4 时间压缩因子  $\alpha$  取不同值时温升过程随时间的变化曲线  
温度(°C), 加热时间(s) (a)  $dt=2.15 \times 10^{-12}$ ; (b)  $dt=2.48 \times 10^{-12}$

由图 4 可看出,当时间步长  $dt=2.15 \times 10^{-12}$  (由  $dt=ds/(2v_p)$  计算得出  $v_p$  为电磁波在水中传播的相速度)保持不变,而  $\alpha$  取不同的值时进行计算,尽管 5 种情况下的初始温度和终止温度相同,但计算出的温升过程却呈现不同的曲线.当  $\alpha$  大于  $5 \times 10^9$ ,温升曲线波动很大,但当  $\alpha \leq 1 \times 10^9$ ,温升曲线基本保持一致.当  $dt=2.48 \times 10^{-12}$  (由  $dt=ds/(\sqrt{3}v_p)$  计算得出)保持不变,而  $\alpha$  取不同的值时进行计算,随  $\alpha$  的变化,曲线呈现类似的波动,但当  $\alpha \leq 1 \times 10^9$  时,温升曲线基本保持一致.这说明  $\alpha$  的取值不当将严重影响加热过程中的温升变化.

根据图 4(a) 中的数值计算结果,在从 14.5°C 到 17.0°C 的加热过程中,由于  $\alpha$  取值不当所产生的温度最大相对误差如附表所示.最大相对误差根据(5)式计算

$$E = \frac{\max |\Delta T|}{T_e - T_s} \times 1000\% \quad (5)$$

式中,  $|\Delta T|$  为温度计算误差,  $T_e$  为终止温度,  $T_s$  为起始温度.由附表可见,  $\alpha$  取值越大,产生的相对误差越大.

附表  $\alpha$  取不同值时温度计算结果的最大相对误差

$\alpha$	$1 \times 10^{10}$	$5 \times 10^9$	$1 \times 10^9$	$5 \times 10^8$
最大相对误差(%)	7.1	2.7	0.86	0.28

这是由于实际加热过程中,尽管微波功率的变化呈周期性,但由于功率的变化很快,而热传导是一个缓慢的过程,因此加热曲线呈平滑上升.但在该算法中,为了使热传导过程与 FDTD 计算过程相匹配,水的损耗功率、热传导率和温度的变化率都加大了  $\alpha$  倍,从而使温升随损耗功率的周期变化呈现较大的波动性,  $\alpha$  越大,波动性就越大.因此,对水而言,其  $\alpha$  的取值应小于或等于  $1 \times 10^9$ .

由(4)式可知,只需满足  $\alpha \Delta t \leq 3.1616$ ,计算就是稳定的,则

$$dt = 2.15 \times 10^{-12} \text{ 时, } \alpha \leq 1.47 \times 10^{12} \quad dt = 2.48 \times 10^{-12} \text{ 时, } \alpha \leq 1.27 \times 10^{12}$$

即(4)式的条件对水而言过于宽松,应至少乘以  $10^{-3}$ ,才能确保计算中温升曲线不会产生较大的波动.

## 4 结论

我们采用 FDTD 法结合热传导方程模拟了微波加热水的过程. 尽管该方法是一种有效模拟微波加热介质过程的数值方法, 但为了加快计算过程而引入的时间压缩因子  $\alpha$  对计算出的温升曲线影响很大. 其取值不当, 将导致加热过程明显不同, 而这恰恰是研究微波化学反应机理中的一个关键因素. 我们认为, 对于水时间压缩因子  $\alpha$  的取值应不大于  $1 \times 10^9$ , 才能保证加热过程中曲线不产生较大的波动性. 因此, 该方法的稳定条件还有待进一步的研究.

## 参考文献:

- [1] Whittaker A G, Mingsos D M P. The Application of Microwave Heating to Chemical Syntheses[J]. Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy, 1994, 29(4): 195—216.
- [2] 刘长军, 黄卡玛. 化学应对微波非线性响应的实验研究和数值模拟, 微波学报[J]. 2000, 16(2): 165—171.
- [3] 蔡杰, 郭景坤. 陶瓷材料微波烧结研究[J]. 无机材料学报, 1995, 10(2): 164—168.
- [4] Torres F, Jecko B. Complete FDTD Analysis of Microwave Heating Processes in Frequency-Dependent and Temperature-Dependent Media [J]. IEEE Trans, 1997, MTT-45(1): 108—117.
- [5] Prescott D T, Shuley N V. Reducing Solution Time in Monochromatic FDTD Waveguide Simulation[J]. IEEE Trans, 1997, MTT-42(8): 1582—1584.

## Study on Time Scaling Factor in the FDTD Simulation of Microwave Heating

YAN Li-ping, HUANG Ka-ma, LIU Chang-jun, DU Guo-hong

(College of Electronics and Information Science, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** It is very important for the applications of industrial microwave heating to know the temperature variation during the heating procedure. The temperature variation inside the water irradiated by microwave is simulated using FDTD coupled with heat transport equation (HTE). Numerical results show that time scaling factor has a significant effect on the temperature variation of the water. Moreover, the numerical results of temperature are degraded if the time scaling factor is too large. The optimum range of the time scaling factor is suggested according to the numerical results.

**Key words:** FDTD; temperature; time scaling factor